Császár Attila:

Példatár (kezdemény)

a

Fizikai-kémiai számolások

gyakorlathoz

2015. ősz

Tartalomjegyzék

I. Ismétlés

I.1 Számok

Fogalmak, definíciók

(a) **valós** számok, $\mathbb{R}$

egész számok, $\mathbb{Z}$ (pozitív, negatív, 0 (természetes számok, $\mathbb{N}$); páros, páratlan; prím)

racionális számok, $\mathbb{Q}$ (r/s, $s \neq 0$, r a **számláló** és s a **nevező**); véges, végtelen; minden x racionális szám megoldása egy **lineáris egyenletnek**, $mx = n$, de nem minden valós szám racionális; a racionális számok mindig felírhatók tizedestörtként, bár ezek alakja nem mindig véges (pl. 1/3 = 0,333 333…)

irracionális számok, $\mathbb{Q}^*$ (pl. $\sqrt{2}$ (az $x^2 = 2$ nemlineáris egyenlet egyik megoldása), e = 2,718 281 8... (ellenőrizhető az az érdekes összefüggés, hogy $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$) és π = 3,141 592... = $4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \ldots)$, melyet a kör kerületének és átmérőjének hányadosa is definiál); az irracionális számok olyan tizedestörtek, melyek végtelen sok számjegyet és semmilyen ismétlődő struktúrát nem tartalmaznak

(b) **komplex** számok, $\mathbb{C}$

$z = a + ib$, ahol $i = \sqrt{-1}$ a **képzetes (imaginárius) egység**, Re(z) = a, Im(z) = b

polárkoordinátás alak: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, **Argand diagram** (komplex számsík)

Euler-féle (exponenciális) alak: $z = |z|\exp(i\varphi)$

(c) számok (**skalár** mennyiségek) közötti viszonyok: nagyság, előjel

sorrendbe állítás: $<, =, >, \ll, \gg, \leq, \geq, \neq, \equiv, \approx, \propto$

(d) tudományos jelölés: $\pm\, a \times 10^{p}$, illetve $\pm\, a \times 10^{-p}$

(e) prefixumok

deci (d)	10^{-1}	deca (deka, da)	10^{1}
centi (c)	10^{-2}	hecto (hekto, h)	10^{2}
milli (m)	10^{-3}	kilo (k)	10^{3}
micro (mikro, μ)	10^{-6}	mega (M)	10^{6}
nano (n)	10^{-9}	giga (G)	10^{9}
pico (piko, p)	10^{-12}	tera (T)	10^{12}
femto (f)	10^{-15}	peta (P)	10^{15}
atto (a)	10^{-18}	exa (E)	10^{18}
zepto (z)	10^{-21}	zetta (Z)	10^{21}
yocto (y)	10^{-24}	yotta (Y)	10^{24}

I.2 Műveletek

Fogalmak, definíciók

(a) számok közötti **aritmetikai műveletek**: **összeadás** (+), **kivonás** (−), **szorzás** ($\times$) és **osztás** ($\div$)

(b) a számok **összegére** és a **szorzatára** vonatkozó műveletek algebrája az alábbi szabályokon alapul:
R0. ha $p, q \in \mathbb{R}$, úgy $p + q \in \mathbb{R}$ és $p \times q \in \mathbb{R}$ (zártság összeadásra és szorzásra)
R1. $p + q = q + p$ (az összeadás **kommutatív**)
R2. $p \times q = q \times p$ (a szorzás kommutatív)
R3. $0 + p = p$ (van **zérus elem** összeadásra)
R4. $0 \times p = 0$ (van zérus elem szorzásra)
R5. $1 \times p = p$ (van **egységelem** szorzásra)
R6. $p + (q + r) = (p + q) + r$ (az összeadás **asszociatív**)
R7. $p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$ (a szorzás asszociatív)
R8. $p \times (q + r) = pq + pr$ (**disztributivitás**)

(c) a racionális számokkal történő műveletekre az alábbi szabályok vonatkoznak: $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + np}{nq}$, $\frac{m}{n} \times \frac{p}{q} = \frac{mp}{nq}$ és $\frac{m}{n} \div \frac{p}{q} = \frac{m}{n} \times \frac{q}{p} = \frac{mq}{np}$

(d) exponenciálisokra vonatkozó szabályok: $x^0 = 1$; $x^n x^m = x^{n+m}$; $(x^n)^m = x^{nm}$; $x^n / x^m = x^n \cdot (1/x^m) = x^{n-m}$; $(xy)^n = x^n \cdot y^n$; $x^{1/m} = x$ m-edik gyöke; $x^{n/m} = (x^{1/m})^n = \sqrt[m]{x^n}$; ezek a szabályok irracionális számokra is igazak.

(e) a számítástechnikában az **absztrakt adattípus** egy olyan halmaz, mely tartalmazza az **absztrakt adatokat** (a vizsgálat tárgyát képező információ, formai megjelenés nélkül), valamint a rajtuk végezhető műveleteket

Mintafeladatok

- Legyen $z = 1 - i$. Határozzuk a zz^* szorzat értékét.

  Megoldás: $$z = 1 - i \Rightarrow z^* = 1 + i$$ $$zz^* = (1 - i)(1 + i) = 1 - i^2 = 2$$

Gyakorló feladatok

- Adott a $z = \frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{3}{\sqrt{2}}$ komplex szám. Mennyi (a) z^4 és (b) $\sqrt{z}$?
- Mutassa meg, hogy i-nek is van négyzetgyöke, hiszen pl. $(1 + i)/\sqrt{2}$ négyzetre emelve i-t ad. Mi a másik kifejezés, melynek négyzete i-t ad?
- Legyen $z = 2 + i$ és $w = 1 - 2i$. Mennyi $u = \frac{z}{z + w}$-nek az abszolut értéke? Írja át u-t exponenciális alakba!
- Legyen $z = 1 - i$. Mennyi $|z|$, z^*, zz^*, $\frac{1}{z}$ és $\ln z$ értéke? Ábrázolja az eredményeket a komplex számsíkon!

- Gázfázisú atomok, illetve molekulák átlagos sebességére levezethető, hogy $\bar{c} = 4\pi\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} \times \frac{1}{2}\left(\frac{2RT}{M}\right)^{2}$. Mutassa meg, hogy $\bar{c} = \left(\frac{8RT}{\pi M}\right)^{1/2}$.

I.3 Halmazok

Fogalmak, definíciók

(a) a **halmaz** objektumok bármilyen jól definiált gyűjteménye, gyakran elemeinek (tagjainak) felsorolásával adjuk meg: pl. számokat tartalmazó listák esetében $\{2,4,6,8,10\}$ a 2 és 10 közötti páros számokat tartalmazó lista, míg $\{2,4,6,\ldots\}$ a pozitív páros egészeket tartalmazó végtelen elemű lista

(b) a halmazok rendezetlenek és az esetleg többször fellépő tagok is csak egyszer számítanak, azaz pl. $\{3,6,2\} = \{2,3,6\}$ és $\{4,6,4\} = \{6,4\}$

(c) ha egy a objektum része egy A **listának**, akkor azt írjuk, hogy $a \in A$; azaz pl. $2 \in \{2,4,6,8,10\}$; ha a nem eleme A-nak, akkor $a \notin A$-t írunk

(d) az A és B lista metszete, $A \cap B$, a mindkét listában jelen lévő objektumokat tartalmazza, azaz pl. $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

(e) az A és B listák uniója, $A \cup B$, a mind az A-ban, mind a B-ben (vagy mindkettőben) jelen lévő elemeket tartalmazza, pl. $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$

(f) az A lista a B lista **allistája**, amennyiben A minden eleme B-nek is eleme

(g) két lista egyenlő, $A = B$, amennyiben ugyanazon elemeket tartalmazzák

I.4 Fizikai mennyiségek és mértékegységek

Fogalmak

(a) A fizikai mennyiségek kifejezhetők, mint egy numerikus érték és egy **mértékegység** szorzatai: fizikai mennyiség = numerikus érték × mértékegység. Pl.: $\lambda = 5{,}896 \times 10^{-7}$ m = 589,6 nm.

(b) A fizikai mennyiségek között hét **alapmennyiséget** különböztetünk meg:

Fizikai mennyiség	Jelölés	SI mértékegység
hossz	l	méter, m
tömeg	m	kilogramm, kg
idő	t	másodperc, s
elektromos áram	I	amper, A
termodinamikai hőmérséklet	T	kelvin, K
anyagmennyiség	n	mól, mol
fényerősség	I_v	kandela, cd

Minden további fizikai mennyiség ún. **származtatott mennyiség**.

(c) Minden (alap, illetve származtatott) fizikai mennyiségnek létezik standard elnevezése, jelölése (szimbólum), definíciója, valamint SI mértékegysége:

Elnevezés	Jelölés	Definíció	SI mértékegység
Descartes koordináta	x, y, z		m
erő	$\boldsymbol{F}$	tömeg × gyorsulás	$\mathrm{N = kg\ m\ s^{-2}}$
hő	q, Q	erő × távolság	$\mathrm{J = N\ m}$
munka	w, W	erő × távolság	$\mathrm{J = N\ m}$
nyomás	p	erő ÷ egységnyi terület	$\mathrm{Pa = N\ m^{-2}}$
szögsebesség	ω	$\omega = \mathrm{d}\phi / \mathrm{d}t$	$\mathrm{rad\ s^{-1}}$, $\mathrm{s^{-1}}$
redukált tömeg	μ	$\mu = m_1 m_2 /(m_1 + m_2)$	kg
elektromos töltés	q	áram × idő	$\mathrm{C = A\ s}$
elektromos potenciál	V	munka ÷ egységnyi töltés	$\mathrm{V = J\ C^{-1}}$
mágneses fluxus	Φ	munka ÷ egységnyi áram	$\mathrm{Wb = J\ A^{-1}}$
kinetikus energia operátor	$\hat{T}$	$\hat{T} = -(\hbar^2 / 2m)\nabla^2$	$\mathrm{J = N\ m = kg\ m^2\ s^{-2}}$
ionizációs energia	E_i		$\mathrm{J = N\ m}$
kémiai eltolódás (NMR)	δ	$\delta = 10^6 (\nu - \nu_0) / \nu_0$	1
hullámszám (vákumban)	$\tilde{\nu}$	$\tilde{\nu} = \nu / c$	$\mathrm{m^{-1}}$
belső energia	U	$\Delta U = q + w$	$\mathrm{J = Nm}$

A táblázatban szereplő mennyiségek kapcsán megjegyzendő, hogy (a) az elektromos áram az egységnyi idő alatt átfolyt elektromos töltés mennyisége; (b) a redukált tömeg jelen formájában két tömegpontra vonatkozik; (c) a **fluxus** általában egy adott A felületen átáramló anyag vagy energia mennyiségét jelenti, vagy egy erőtérnek a felületen történő áthatolását jellemzi; (d) a mágneses indukcióvektor (**B**) és a felület szorzatával is értelmezhetjük a mágneses fluxust mint fizikai mennyiséget, mértékegysége a weber (Wb).

(d) **Állandó (konstans)**: olyan fizikai mennyiség, melynek számértéke rögzített az adott feladat számításakor. A fizikai kémiában előforduló állandók döntő része adott értékkel és adott bizonytalansággal rendelkezik, az idők során, ahogy a mérések egyre pontosabbá válnak, az állandók értéke és bizonytalansága is változik. Nulla bizonytalansággal a „fizikai állandók” közül jelenleg csupán a fény vákumbeli sebességét ruházták fel, ennek pontos értéke $c = 299\,792\,458\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

(e) **Változó**: olyan mennyiség, mely adott értékek bármelyikét felveheti. A p, T, n mennyiségek a $f(p,T,n) = nRT/p$ függvény változói. Kétféle változót különböztetünk meg, a **független változó** az, melynek értéke a többi változó értékétől független (p,T,n az előző egyenletben), míg a **függő változó** értéke a független változókétól függ (mint $V = f(p,T,n)$ az előző egyenletben).

(f) **Dimenzióanalízis** („*quantity calculus*"): olyan algebrai rendszer, melyben a szimbólumok hordozzák nemcsak numerikus értéküket, hanem mértékegységüket is, azok szorzataival (is) dolgozunk.

(g) Egyes szavak jelentése világosan rögzített a fizikai kémiában:
extenzív: olyan mennyiség, melynek nagysága az alrendszerekre nézve additív, például tömeg (m), térfogat (V), Gibbs-energia (G)
intenzív: olyan mennyiség, melynek nagysága a rendszer méretétől független, például hőmérséklet (T), nyomás (p), kémiai potenciál (parciális moláris Gibbs-energia, μ)
specifikus: egy extenzív mennyiség neve előtt jelzőként használva azt jelenti, hogy azt a tömeggel elosztottuk (például térfogat, V, specifikus térfogat $v = V/m = 1/\rho$, ahol ρ a tömegsűrűség, illetve izobár hőkapacitás, C_p, és specifikus izobár hőkapacitás, $c_p = C_p/m$)
moláris: egy extenzív mennyiség neve előtt állva általában azt jelenti, hogy a mennyiséget osztottuk az anyagmennyiséggel (például térfogat, V, moláris térfogat $V_\mathrm{m} = V/n$, illetve entalpia, H, moláris entalpia $H_\mathrm{m} = H/n$)

(h) A kvantummechanikában a mozgásegyenletek egyszerűbb felírása érdekében bevezették az ún. **atomi egységeket**, ezek segítségével az egyenletek sokkal egyszerűbben felírhatók (az alábbi táblázat a bizonytalanságokat nem mindig tünteti fel):

Fizikai mennyiség	atomi egység	SI mértékegység és érték
tömeg	m_e	$9{,}109\,382\,15(45) \times 10^{-31}$ kg
töltés	e	$1{,}602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$ C
impulzusnyomaték (perdület)	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}05457 \times 10^{-34}$ Js
hossz	$a_0 = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/m_\mathrm{e}e^2$	$5{,}291\,772\,085\,9(36) \times 10^{-11}$ m
energia	$E_\mathrm{h} = m_\mathrm{e}e^4/16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2$	$4{,}359\,743\,94(22) \times 10^{-18}$ J
idő	$\hbar/E_h$	$2{,}418\,884\,326\,505(16) \times 10^{-17}$ s
elektromos áram	$eE_h/\hbar$	$6{,}623\,617\,63(17) \times 10^{-3}$ A
elektromos potenciál	$E_h/\hbar$	$2{,}72114 \times 10^{1}$ V
elektromos dipólusnyomaték	ea_0	$8{,}478\,352\,81(21) \times 10^{-30}$ C m

Mintafeladatok

- A nátrium sárga vonalának λ hullámhossza $\lambda = 5{,}896 \times 10^{-7}$ m, vagyis $\lambda / \mathrm{m} = 5{,}896 \times 10^{-7}$. Hány Å-nél jelenik meg a színképben ez a vonal?

  Megoldás: Az atomi dimenziókban használatos ångström mértékegység definíciója:
  1 Å = Å = 10^{-10} m, vagyis m/Å = 10^{10}.
  A két egyenlet egymásba helyettesítésével
  λ / Å = (λ / m)(m / Å) = ($5{,}896 \times 10^{-7}$)(10^{10}) = 5896,
  vagyis λ = 5896 Å.

- Egy régi tankönyvben azt találjuk, hogy a vízgőz nyomása 20 °C-on $p(H_2O, 20\ °C)$ = 17,5 torr. Adjuk meg más mértékegységekben a nyomásértéket!

  Megoldás: A nyomás mértékegységeinek szokásos átszámítási faktorai:
  1 torr ≈ 133,3 Pa (760 torr = 760 Hgmm = 101 325 Pa)
  1 bar = 10^5 Pa
  1 atm = 101 325 Pa.
  Így
  $p(H_2O, 20\ °C)$ = 17,5 torr × 133,3 (Pa/torr) = 2,33 kPa
  = 2,33 × (10^3/10^5) bar = 23,3 mbar
  = (2,33 × 10^3) Pa × (1/101325) (atm/Pa) = $2{,}30 \times 10^{-2}$ atm

- Egy elektrolit Λ moláris vezetőképességére fennáll, hogy $\Lambda = \kappa / c$, ahol κ az elektrolit oldat vezetőképességének és a tiszta oldat vezetőképességének a különbsége és c az elektrolit koncentrációja. Az elektrolit oldatok vezetőképességét többnyire S cm^{-1}-ben (S = siemens), míg a koncentrációt mol dm^{-3}-ban szokás kifejezni. Például c(KCl) = 0,000 500 mol dm^{-3} esetén κ(KCl) = 7,39 × 10^{-5} S cm^{-1}. Azaz a moláris vezetőképességet a következőképpen kapjuk meg:

  Λ = (7,39 × 10^{-5} S cm^{-1})/(0,000 500 mol dm^{-3}) =
  = 0,1478 S mol^{-1} cm^{-1} dm^3 = 147,8 S mol^{-1} cm^2

  Mindenképpen kerülni kell az olyan kifejezések használatát, melyek csak valamilyen mértékegységrendszer esetében teljesülnek, pl. a sajnos gyakran előforduló $\Lambda = 1000\kappa / c$ kifejezést, amely csak akkor igaz, ha a moláris vezetőképességet S mol^{-1} cm^2-ben, a vezetőképességet S cm^{-1}-ben, míg a koncentrációt mol dm^{-3}-ben írjuk fel. (Jelen példában a moláris jelző nem a megszokott értelemben szerepel, hanem az anyagmennyiség koncentrációval történő osztásra utal, ez a helyzet a moláris abszorpciós koefficiens esetében is.)

Gyakorló feladatok

- Hogyan tudja geometriai úton meghatározni $\sqrt{2}$-t? Mi a helyzet $\sqrt{3}$ esetén?
- Hogyan tudja geometriai úton meghatározni $\sqrt{ab}$-t, amennyiben ismeri az a és b szakaszok hosszát?
- Számítsa ki E-t, amennyiben $E = -\dfrac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$ és $m_e = 9{,}109\times10^{-31}$ kg, $e = 1{,}602\times10^{-19}$ C, $h = 6{,}626\times10^{-34}$ Js és $\varepsilon_0 = 8{,}854\times10^{-12}$ CV^{-1}m^{-1}. Milyen jellegű fizikai mennyiség E?
- Az ún. **Bohr-sugár** definíciója $a_0 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$, ahol m_e az elektron tömege. Számítsa ki ezt az értéket a H-atom elektron alapállapotára.
- Adja meg az energia atomi egységben felírt $1E_h = \dfrac{\hbar^2}{m_e a_0^2}$ összefüggése alapján (E_h neve hartree) az E_h és a kJ mol^{-1} mértékegységek közötti átváltószámot, amennyiben $h = 6{,}626\times10^{-34}$ Js, $m_e = 9{,}109\times10^{-31}$ kg és $a_0 = 5{,}291\times10^{-9}$ cm.
- Bármely m tömegű, v sebességgel mozgó részecskéhez hozzárendelhető annak ún. **de Broglie hullámhossza**, $\lambda = \dfrac{h}{mv}$, ahol h a Planck-állandó ($h = 6{,}626\times10^{-34}$ Js). Számolja ki egy $m_e = 9{,}109\times10^{-31}$ kg nyugalmi tömegű, a fénysebesség ($c = 3{,}00 \times 10^8$ m s^{-1}) 0,1 részével mozgó elektron hullámhosszát. Mely részébe esik az elektromágneses színképnek a számolt érték?
- Végezze el a szükséges konverziókat, hogy ki tudja tölteni az alábbi táblázat üres helyeit:

	hullámhossz	hullámszám	energia	frekvencia
hullámhossz (Å)	420			
hullámszám (cm^{-1})		100		
energia (kJ mol^{-1})			490	
frekvencia (Hz)				$8{,}21\times10^{13}$

- Határozza meg a **van der Waals egyenletben** található a, b és R állandók dimenzióját:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

(megoldás: $[a] = \frac{\mathrm{m^5 kg}}{\mathrm{s^2\,mol^2}}$, $[b] = \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{mol}}$, $[R] = \frac{\mathrm{m^2\,kg}}{\mathrm{s^2\,K\,mol}}$)

- Határozza meg az alábbi egyenletben előforduló m együttható dimenzióját SI rendszerben:

$$\Delta T = T_0 e^{-mKA\tau}$$

ahol $[K] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s\,m^2\,K}}$, $[A] = \mathrm{m^2}$ és $[\tau] = \mathrm{s}$.

(megoldás: $[m] = \left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right)^{-1}$)

- Határozza meg az alábbi egyenletben megjelenő δ együttható mértékegységét SI mértékegységrendszerben:

$$E_u = \frac{\delta\, p}{\rho\, V^2}$$

ahol p nyomás, ρ sűrűség és V térfogat dimenziójú valamint, E_u dimenziómentes. (megoldás: $[\delta]=m^4 s^2$)

- A Bohr-féle atommodellben a pályasugár együtthatója

$$\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$$

Mi az együttható dimenziója, ha $[\epsilon_0]$ = A s/V m, $[h]$ = Js, $[m_e]$ = kg és $[e]$ = C? (megoldás: m)

- Mi az R_∞ ún. **Rydberg-állandó** dimenziója, ha

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c},$$

és $[\epsilon_0]$ = A s/V m, $[h]$ = Js, $[m_e]$ = kg, $[c]$ = m s^{-1} és $[e]$ = C? (megoldás: dimenziómentes)

- Az infravörös spektroszkópia segítségével a C=O nyújtási rezgésre mérhető hullámszám sok molekula esetében 1780 cm^{-1}. Mennyi a hullámszám értéke m^{-1} egységben?

- Milyen frekvenciájú (GHz-ben) egy 0,04 cm^{-1} hullámszámmal jellemezhető elektromágneses sugárzás?

- De Broglie javasolta, hogy a $\lambda = \dfrac{h}{mv}$ képlet szerinti hullámhosszt rendelhetjük m tömegű, v sebességű részecskékhez, ahol h a Planck-állandó. Számítsa ki a hullámhosszakat 1 eV energiájú proton, illetve elektron, valamint egy 0,1 kg tömegű, 120 km/h sebességgel mozgó teniszlabda esetében.

- Mekkora felületet foglal el egy cm^3 benzol, ha egy molekulányi vastagságban („*monolayer*”) terül el a felületen? Becsülje meg, majd számítsa ki az eredményt. A számításhoz szükséges adatok: sűrűség, ρ = 879 kg/m^3, egy molekula felülete $2{,}5\times10^{-19}$ m^2, valamint a benzol molekulatömege 78,1 g mol^{-1}.

- A feketetestek sugárzására vonatkozó **Planck-féle sugárzási eloszlási függvény** alakja $\rho_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$. Adja meg ρ_ν mértékegységét, amennyiben a következő mértékegységeket ismerjük: $[h]$ = Js, $[\nu]$ = s^{-1}, $[c]$ = ms^{-1}, $[k]$ = JK^{-1} és [T] = K. Milyen kapcsolat van ρ_ν és ρ között, amennyiben utóbbit a feketetest sugárzó üreg belsejében a sugárzási sűrűség?

- A kinetikus gázelmélet tárgyalása kapcsán ismert, hogy $v^* = \left(\dfrac{2kT}{m}\right)^{1/2}$, $\langle v \rangle = \left(\dfrac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2}$ és $\langle v^2 \rangle = \dfrac{3kT}{m}$, ahol v a sebesség, v^* a sebességeloszlási görbe maximuma, m a részecske tömege, míg $\langle\ \rangle$ átlagértéket jelöl. Vesse össze a N_2-gáz esetében ezeket az értékeket $T = 298$ K-en.
- Az FM rádiók az **elektromágneses spektrum** 100 MHz körüli tartományában sugároznak („rádióhullámok”). Számítsa ki a $\nu = 89{,}8$ MHz-en sugárzó adó esetén a hullámhosszt (λ), a hullámszámot ($\tilde{\nu}$), illetve a sugárzás E energiáját.
- Az **ideális gáz állapotegyenlete** $pV = nRT$, ahol p a gáz nyomása, V a térfogata, T a hőmérséklet, n az anyagmennyiség, míg R = 8,314 51 J K^{-1} mol^{-1} az ún. egyetemes gázállandó. Határozza meg 0,1 mól gáz térfogatát 298 K hőmérsékleten és $p = 10^5$ Pa nyomáson.
- Hány százaléka a nehézségi gyorsulásnak a Föld forgása miatt fellépő centrifugális erőből adódó gyorsulás, $\omega^2 R$, amennyiben a Föld sugara R = 6371 km és a szögsebesség $\omega = 2\pi$ nap^{-1}?
- Két, egymástól r_{12} távolságban lévő m_1, illetve m_2 tömegű test között ható **gravitációs erő** felírható, mint $F_{\mathrm{gr}} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$. Két q_1 és q_2 töltés között ható (taszító vagy vonzó) **elektromágneses erő** felírható, mint $F_{\mathrm{em}} = k \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$. Hasonlítsa össze két, egymástól 2×10^{-13} cm távolságra levő proton gravitációs vonzerejét a köztük fellépő elektrosztatikus taszítóerővel (ehhez keresse meg a γ gravitációs állandó és a k elektrosztatikus állandó legújabb irodalmi értékeit). Van-e a kölcsönhatások relatív erősségének távolságfüggése? Milyen következtetés vonható le az arányból?
- A kinetikus gázelmélet egyik állítása, hogy egy m tömegű molekula x irányban vett átlagos sebességére, $< v_x > -$re fennáll, hogy $< v_x^2 >= \left(\frac{m}{2\pi k_{\mathrm{B}} T}\right)^{1/2} \frac{\pi^{1/2}}{2(\frac{m}{2k_B T})^{3/2}}$, ahol k_{B} az ún. Boltzmann-állandó, T pedig a termodinamikai hőmérséklet. Mutassa meg, hogy ez a kifejezés a következő alakra egyszerűsíthető: $< v_x^2 >= kT/m$.
- A **Heisenberg-féle határozatlansági elv** alapján $\Delta\nu\Delta t \geq (2\pi)^{-1}$. Amennyiben egy rendszerre Δt ideig monokromatikus sugárzást bocsátunk, a rendszer legalább $\Delta\nu = 1/(2\pi\Delta t)$ sugárzási szélességet észlel a frekvenciatérben. Egy 10 ns ideig tartó pulzus esetén legalább mekkora frekvenciatartományt fogunk át? Mi a helyzet egy 1 fs-os pulzus esetében?

<u>*Javasolt irodalom*</u>

Sárközy András: *Komplex számok*, Műszaki Könyvkiadó, 1973.
IUPAC’s Green Book: <u>*Quantities, units and symbols in physical chemistry*</u>, 3rd edition